LAHENDUSED 9. KLASS

1. **Vastus: Ruumala suureneks 8% võrra.**

Lahendus:

Olgu saali ruumala V. Sel juhul kolme ruumi ruumalad enne remonti suuruse järjekorras alates suurimast olid $\frac{7}{18}V$, $\frac{6}{18}V$ ja $\frac{5}{18}V$.

Pärast remonti väheneks suurima olnud ruumi ruumala $\frac{4}{100} \cdot \frac{7}{18}V$ võrra ning keskmise ruumi ruumala $\frac{2}{100} \cdot \frac{6}{18}V$ võrra. Nende ruumalade võrra suureneks kolmanda ruumi ruumala.
Seega kolmanda ruumi ruumala suureneks $\frac{4}{100} \cdot \frac{7}{18}V + \frac{2}{100} \cdot \frac{6}{18}V = \frac{40}{100 \cdot 18}V$ võrra. Olgu see kolmanda ruumi suurusest x protsenti ehk $\frac{x}{100} \cdot \frac{5}{18}V$.
Seega $\frac{40}{100 \cdot 18}V = \frac{x}{100} \cdot \frac{5}{18}V$, millest $x = 8$.

Hindamine:

Kasutusele võetud vajalikud ruumalade tähistused:	1p
Avaldatud suurima ja keskmise ruumi ruumalad pärast remonti esialgsete ruumalade kaudu: (a' 1p)	2p
Tähelepanek, et nende muutuste summa võrra suureneb kolmanda ruumi ruumala:	2p
Leitud mitu protsenti suureneks kolmanda ruumi ruumala:	2p
	7p

Märkus: Antud ainult õige vastus: 2p

Kui lahenduses kasutatud konkreetseid andmeid, mida ülesandes ei ole antud, ja ei ole selgitatud, miks tulemus sellest ei sõltu, anda lahenduse eest 5p.

2. **Vastus. Selline asendamine ei ole võimalik.**

<u>Lahendus:</u>

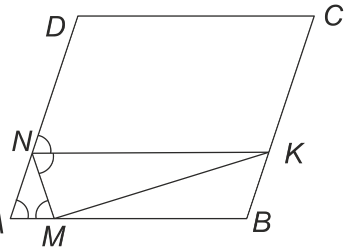
Kolmest järjestikusest numbrist moodustuksid vasakult paremale arvud
TAL, ALL, LLI, LIN ja INN.
Kui arv jagub arvuga 3, siis ka arvu numbrite summa jagub arvuga 3.
Kui arv TAL jagub arvuga 3, siis see tähendab, et summa T + A + L jagub arvuga 3.
Et ka arv ALL jagub arvuga 3, siis ka summa A + L + L peab jaguma arvuga 3. See aga tähendab, et arvud T ja L peavad arvuga 3 jagamisel andma sama jäägi.
Et A + L + L jagub arvuga 3, siis ka tähele A vastav arv peab andma arvuga jagamisel sama jäägi, mis tähele L vastav arv.
Et ka arv LLI jagub arvuga 3, siis ka arv I peab andma sama jäägi arvuga 3 jagamisel, mis tähele L vastav arv.
Oleme saanud, et tähtedele T, A, L, ja I vastavad numbrid annavad kõik arvuga 3 jagamisel sama jäägi.
Vaatame kolmekohalist arvu LIN. Et tähtedele L ja I vastavad arvud annavad arvuga 3 jagamisel sama jäägi, siis selleks, et summa L + I + N jaguks arvuga 3, peab ka tähele N vastav arv andma arvuga 3 jagamisel sama jäägi mis tähtedele L ja I vastavad arvud.
Seega kõik viiele erinevale tähele vastavad ühekohalised arvud peavad arvuga 3 jagamisel andma sama jäägi. See aga ei ole võimalik, sest ühekohalisi arve, mis annavad arvuga 3 jagamisel sama jäägi, on ülimalt neli (0, 3, 6, ja 9).

<u>Hindamine:</u>

Kasutatud, et arvu numbrite summa annab arvuga 3 jagamisel sama jäägi, mis arv ise:	2p
Kasutatud, et kui kolmekohalise arvu kaks numbrit annavad kolmega jagamisel sama jäägi, siis ka kolmas number peab arvuga kolm jagamisel andma sama jäägi:	2p
Näidatud, et kõikidele tähtedele vastavad numbrid peavad arvuga 3 jagamisel andma sama jäägi:	2p
Tehtud õige järeldus:	<u>1p</u>
	7p

<u>Märkus:</u> Ainult vastuse eest, et see pole võimalik anda 1p.

3. **Vastus. Kolmnurkade *AMN* ja *BMK* pindalade summa moodustab $\frac{1}{6}$ rööpküliku *ABCD* pindalast.**



Lahendus:

Ülesande tingimustest saame, et kolmnurk *AMN* on võrdhaarne $\angle NAM = \angle AMN$. Kuna nurk *MND* on kolmnurga *ANM* välisnurk, siis $\angle MND = \angle NAM + \angle AMN = 2\angle AMN$. Kuna *NK* on nurga *MND* poolitaja siis nurk *MNK* on sama suur kui nurk *AMN*. Kuna nurgad *AMN* ja *MNK* on võrdsed, siis *AB* ja *NK* peavad olema paralleelsed. Seega saame, et nelinurk *ABKN* on rööpkülik. Kuna *AN* moodustab kolmandiku *AD*-st, siis rööpküliku *ABKN* pindala moodustab kolmandiku röökpüliku *ABCD* pindalast.
Kolmnurk *MNK* moodustab poole rööpküliku *ABKN* pindalast. Seega kolmnurkade *AMN* ja *MBN* pindalade summa on pool rööpküliku *ABKN* pindalst ehk $\frac{1}{6}$ rööpküliku *ABCD* pindalast.

Hindamine:

Avaldatud nurga *MND* suurus kasutades kolmnurga *AMN* võrdhaarsust:	2p
Näidatud lõikude *NK* ja *AB* paralleelsus:	3p
Leitud kui suure osa ristküliku pindalast moodustab ristküliku *ABKN* pindala :	1p
Leitud kui suure osa moodusatvad kolmnurkade *AMN* ja *MBN* pindalade summa rööpkülikust *ABCD*:	1p
	7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

4. **Vastus. Seljakott maksis 69 eurot.**

Lahendus:

Olgu Katil 5-euroseid rahatähti k tükki. Seega Katil on raha $5k + 1$ eurot.
Olgu ühe seljakoti hind s eurot.

Kahe seljakoti eest tasudes andis Kati $5k + 1$ eurot ning Mati 2-se mündi ning 10-euroseid $(20 - k)$ tükki. Seega $2s = 5k + 1 + 10(20 - k) + 2 = 200 - 5k + 3$, mis tähendab, et kahe seljakoti hind kokku peab arvuga 5 jagamisel andma jäägi 3 (ehk selle üheliste arv saab olla kas 3 või 8).

Teiselt poolt, kuna Katil ei olnud piisavalt raha, aga kui tal oleks üks 5-eurone rohkem, siis ta oleks saanud seljakoti osta ning oleks raha ka tagasi saanud, saame kirjutada $5k + 1 < s < 5(k+1) + 1 = 5k + 6$.

Kuna seljakott maksis täisarv eurosid, siis s on kas $5k + 2$, $5k + 3$, $5k + 4$ või $5k + 5$.
Võimalus $5k + 5$ ei sobi, sest sel juhul oleks saanud Kati ühe lisaks oleva 5-eurose rahatähega tasuda seljakoti täpse hinna.

Seega kahe seljakoti hind $2s$ saab olla kujul $10k + 4$, $10k + 6$ või $10k + 8$.
Eelnevalt saime, et kahe seljakoti hind peab arvuga 5 jagamisel andma jäägi 3. Seega $2s$ ei saa olla $10k + 4$ või $10k + 6$ ning peab avalduma kujul $10k + 8$.
(Või kuna nad tasusid seljakottide eest vaid 5- ja 10-euroste rahatähtega ja lisaks veel 3 eurot, siis kahe seljakoti maksumuse üheliste number saab olla kas 3 või 8. Kui see oleks 3, siis ühe seljakoti hind ei oleks olnud täisarv eurosid. Seega kahe seljakoti maksumuse üheliste number saab olla vaid 8.)

Seega $10k + 8 = 200 - 5k + 3$, millest $15k = 200 + 3 - 8 = 195$. Lahendades võrrandi, saame $k = 13$.
Ühe seljakoti hind oli $5k + 4$ eurot ehk $5 \cdot 13 + 4 = 69$ eurot.

Hindamine:

Leitud seljakoti hinna vahemik kasutades, et Katil ei olnud piisavalt raha, aga oleks saanud osta kui oleks üks 5-eurone rohkem:	2p
Avaldatud kahe seljakoti hind kasutades, et Kati andis kõik oma raha ja et kokku andsid nad 20 rahatähte ja kõik oma mündid:	2p
Koostatud võrdus, mis võimaldab leida seljakoti maksumuse:	2p
Leitud seljakoti hind:	1p
	7p

Märkus: Antud ainult õige vastus 2p.

5. **Vastus: a) ei ole võimalik; b) ei ole võimalik.**

Lahendus:

Ühe käiguga kas suurendame nelja arvu ühe võrra või vähendame nelja arvu ühe võrra.
Seega pärast ühte käiku on ruudustikus olevate kõikide arvude summa kas 4 võrra suurem või 4 võrra väiksem sellest, mis oli enne seda käiku.
Algul on ruudustikus olevate arvude summa $1 + 2 + 3 + 2 + 2 + 3 + 1 + 2 + 1 + 3 = 20$, mis jagub arvuga 4.
Seega kui ruudustikku on võimalik saada, siis kindlasti peab seal olevate arvude summa jaguma arvuga 4.

a) Ruudustikus olevate arvude summa on $2 + 2 + 1 + 6 + 1 + 4 + 6 + 5 + 2 + 5 = 34$. Kuna see ei jagu arvuga 4, siis sellist ruudustikku ei ole võimalik saada.
b) Ruudustikus olevate arvude summa on $2 + 2 + 2 + 4 + 1 + 6 + 3 + 3 + 2 + 1 + 5 + 2 + 5 = 38$. Kuna 38 ei jagu arvuga 4, siis ka sellist ruudustikku ei ole võimalik saada.

Hindamine:

Tähelepanek, mis muutub ühe käiguga:	2p
Leitud esialgses ruudustikus olevate arvude summa:	1p
Järeldus, et pärast mistahes käiku, peab ruudustikus olevate arvude summa jaguma arvuga 4:	2p
Leitud ruudustikus a) olevate arvude summa ja tehtud järeldus:	1p
Leitud ruudustikus b) olevate arvude summa ja tehtud järeldus:	1p
	7p

Märkus: Antud ainult mõlemad õiged vastused: 1p